**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»**

Кафедра інформатики та інтелектуальної власності

**ЗВІТИ**

про виконання лабораторних робіт з дисципліни

«Методи та засоби обчислювальної математики»

Варіант 18

Група КН-321в

Виконавець Дмитро ХОМА

Викладач Дмитро ЄЛЬЧАНІНОВ

Харків 2023

**12** **КРАЙОВА ЗАДАЧА ДЛЯ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ**

**12.1 Завдання**

Для заданого диференціального рівняння та крайових умов знайти значення розв’язку цього рівняння в точках відрізка з кроком методом скінчених різниць. Порівняти результати наближених обчислень з точним розв’язком. Зберегти результати обчислень у файлі формату \*.xlsx (Microsoft Excel).

Диференціальне рівняння та початкова умова для заданого варіанта подані у табл. 12.1.

Таблиця 12.1 – Рівняння та крайові умови для заданого варіанта

|  |  |
| --- | --- |
| Варіант | Крайова задача |
| 18 |  |

**12.2 Метод скінчених різниць**

Для чисельного розв’язку крайової задачі замінюють першу та другу похідну на їхні наближені формули:

Потім підставляють їх у задане диференціальне рівняння:

Спрощуємо:

В результаті отримуємо формулу, що зв’язує значення функції в точці із значеннями цієї функції у попередній точці та у наступній точці :

Введемо такі позначення:

Тоді вищевказану формулу можна подати у такому вигляді:

Нехай відрізок розбитий точками , , …, , …, , на рівні частини з кроком . Тоді маємо таку систему для визначення наближених значень розв’язку рівняння в точках відрізка :

Ця система складається з рівняння, що містять невідомих , , …, , …, , .

Значення та визначаються крайовими умовами.

**12.3 Код програми**

Метод скінчених різниць реалізовано у коді програми мовою Python, як показано на рис. 12.1.

*# Завантажуємо необхідну функцію*

from gaussMethod import Gauss

*# Завантажуємо бібліотеку*

import pandas as pd

from math import exp,e

*# Визначаємо крайові умови*

a = 0

Y\_a = 4

b = 1

Y\_b = 5+3\*exp(1)

*# Визначаємо кількість точок*

n = 7

*# Визначаємо крок*

delta\_x = (b-a)/(n+1)

*# Визначаємо точний розв'язок*

*def* F(*x*):

    y = 3\*x\*\*2+x+3\*exp(x)+1

    return y

*# Зберігаємо точки*

data\_X = [a]

for i in range(1,n+1):

    data\_X.append(a+i\*delta\_x)

data\_X.append(b)

*# Зберігаємо точні значення*

data\_F = []

for i in range(n+2):

    data\_F.append(F(data\_X[i]))

*# Створюємо нульову матрицю А та нульовий вектор B*

s = [0]\*n

A = []

for i in range(n):

    A.append(s[:])

B = s[:]

A[0][0] = -4

A[0][1] = 2 - delta\_x

B[0] = 2 \* (delta\_x\*\*2) \* (-6 \* (a+delta\_x) + 5) - (2 + delta\_x) \* Y\_a

*# Коефіцієнти наступних рівнянь*

for i in range(1, n - 1):

    A[i][i - 1] = 2 + delta\_x

    A[i][i] = -4

    A[i][i + 1] = 2 - delta\_x

    B[i] = 2 \* (delta\_x\*\*2) \* (-6 \* (a + (i + 1) \* delta\_x) + 5)

*# Коефіцієнти останнього рівняння*

A[n - 1][n - 2] = 2 + delta\_x

A[n - 1][n - 1] = -4

B[n - 1] = 2 \* (delta\_x\*\*2) \* (-6 \* (a + n \* delta\_x) + 5) - (2 - delta\_x) \* Y\_b

*# Знаходимо розв'язок системи рівнянь*

C = Gauss(A,B)

*# Зберігаємо наближені значення*

data\_Y = [Y\_a]

data\_Y = data\_Y + C

data\_Y.append(Y\_b)

*# Відображаємо результати обчислень*

print('Результати обчислень')

data = pd.DataFrame({'x': data\_X, 'y(x)': data\_Y, 'F(x)': data\_F})

data.insert(*loc*=len(data.columns),

*column*='F(x)-y(x)', *value*=data['F(x)']-data['y(x)'])

print(data)

*# Зберігаємо результати обчислень*

data.to\_excel('boundary\_value\_problem.xlsx')

Рисунок 12.1 – Код програми, що реалізує метод скінчених різниць

**12.4 Тестування програми**

Результат роботи програми, що реалізує метод скінчених різниць, показано на рис. 12.2.

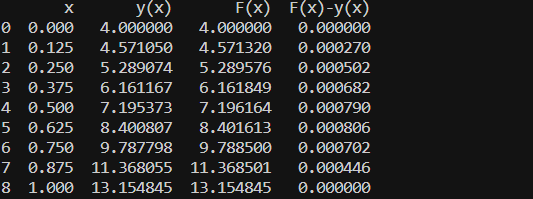


Рисунок 12.2 – Результат роботи програми, що реалізує метод скінчених різниць

Зміст сформованого файлу Excel показано на рис. 12.3.

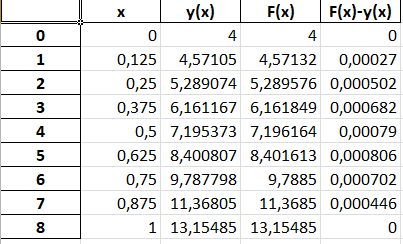


Рисунок 12.3 – Зміст файлу Excel з результатами метода скінчених різниць

Результат перевірки метода скінчених різниць засобами сервісу WolframAlpha показано на рис. 12.4.

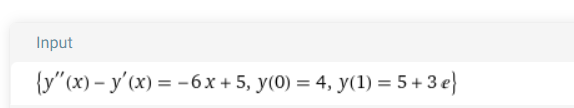
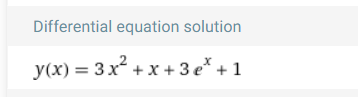


Рисунок 12.4 – Перевірка метода скінчених різниць



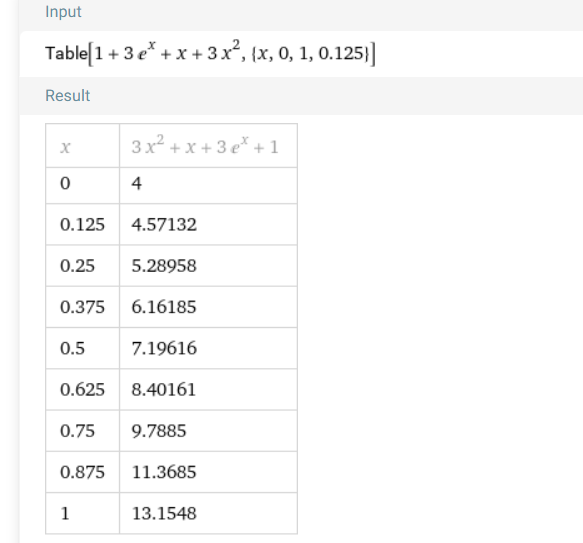


Рисунок 12.4, аркуш 2

Отже, у результаті наближених обчислені отримали значення, що незначно відрізняються від точних. Для заданих вхідних даних програма видає правильні результати.